

## Uitwerkingen Hst. 10 Kansverdelingen

1. Uittellen: 663 ; 636 ; 366 ; 654 (6 keer) ; 555  $\Rightarrow$  10 mogelijkheden met som 15.
2.
  - a. Som geen 5 = 36 – som 5  
Som 5: 41 , 32 , 23 , 14  $\Rightarrow$  4 mogelijkheden  $\Rightarrow$  dus 32 mogelijkheden voor som geen 5.  
$$P(\text{som geen 5}) = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$
  - b. Minstens 4 = 36 mogelijkheden – het aantal mogelijkheden kleiner dan 4.  
11 ; 12 ; 21  $\Rightarrow$  33 mogelijkheden.  $\Rightarrow P(\text{minstens 4}) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$
  - c.  $P(\text{minstens 10})$  :  
som 10 : 46 ; 64 ; 55      som 11 : 65 ; 56 : som 12 : 66  $\Rightarrow$  6 mogelijkheden.  
$$P(\text{minstens 10}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$
  - d. hoogstens 10 = 36 mogelijkheden – som 11 – som 12 = 33 mogelijkheden  
 $\Rightarrow P(\text{hoogstens 10}) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$
3. 4 dobbelstenen
  - a. hoogstens 22 =  $6^4$  – som 23 – som 24  
som 23 : 6665 ; 6656 ; 6566 ; 5666  $\Rightarrow$  4 mogelijkheden  
som 24 : 6666  $\Rightarrow$  1 mogelijkheid  
$$P(\text{hoogstens 22}) = \frac{1296 - 5}{1296} = \frac{1291}{1296}$$
  - b.  $P(\text{minstens 7}) = 1 - P(\text{som 4 of 5 of 6})$   
som 4 : 1111  $\Rightarrow$  1 keer ; som 5  $\Rightarrow$  1112 1121 1211 2111  
som 6  $\Rightarrow$  1113 3 keer 4 of 1122 2 keer 6  $\Rightarrow$  10 mogelijkheden  
Dus in totaal 15 mogelijkheden  $\Rightarrow P(\text{minstens 7}) = 1 - \frac{15}{1296} = \frac{1281}{1296}$
4. m knikkers ; n rode knikkers en dus m – n zwarte knikkers.  
Nu n + 5 rode knikkers en totaal m + 5 knikkers.
 

$P(\text{rode}) = \frac{n+5}{m+5} \Rightarrow$  formule II is goed.

$P(\text{zwarte}) = \frac{(m+5)-(n+5)}{m+5} = \frac{m-n}{m+5} \Rightarrow$  formule V is goed.
5.
  - a. Vaas I: 20 knikkers ; a rode knikkers en 20 – a zwarte knikkers ; Nu 4 rode knikkers erbij.  
 $\Rightarrow$  Totaal 24 knikkers met a + 4 rode knikkers en 20 – a zwarte knikkers.  
 $\Rightarrow P(\text{rode}) = \frac{a+4}{24}$  en  $P(\text{zwarte}) = \frac{20-a}{24}$

b. Vaas II : Totaal  $p$  knikkers; 18 rode en  $p - 18$  zwarte knikkers. Nu  $q$  zwarte knikkers erbij  
 $\Rightarrow P(\text{rode}) = \frac{18}{p+q}$  en  $P(\text{zwarte}) = \frac{p+q-18}{p+q}$

c. Vaas III :  $m$  rode en  $n$  zwarte knikkers. 5 rode knikkers eruit.  $\Rightarrow m - 5$  rode en  $n$  zwarte.  
 $P(\text{rode knikker}) = \frac{m-5}{m+n-5}$  en  $P(\text{zwarte knikker}) = \frac{n}{m+n-5}$

6. 50 loten ; 1 prijs van 100 ; 2 van 50 en 4 van 10 ; 3 loten kopen.

a.  $P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{43}{3}}{\binom{50}{3}} = 1 - 0,6296.. \approx 0,370$

b.  $P(100 \text{ euro}) = P(1 \text{ keer } 100) + P(2 \text{ keer } 50) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{6}{0} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{50}{3}} + \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{5}{0} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{50}{3}} \approx 0,048$

c.  $P(\text{minstens 30 euro}) = 1 - P(\text{hoogstens 30 euro}) = 1 - P(0) - P(10) - P(20) - P(30)$   
 $1 - \frac{\binom{7}{0} \binom{43}{3}}{\binom{50}{3}} - \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{0} \binom{43}{2}}{\binom{50}{3}} - \frac{\binom{4}{2} \binom{3}{0} \binom{43}{1}}{\binom{50}{3}} - \frac{\binom{4}{3} \binom{3}{0} \binom{43}{0}}{\binom{50}{3}} \approx 0,173$

7.  $P(\text{afkeuren}) = 1 - P(\text{goedkeuren}) = 1 - P(3 \text{ goede}) = 1 - \frac{\binom{3}{0} \binom{37}{3}}{\binom{40}{3}} \approx 0,214$

8.

a.  $P(\text{geen Calif.}) = \frac{\binom{2}{0} \cdot \binom{98}{8}}{\binom{100}{8}} \approx 0,846$

b.  $P(1 \text{ Arizona en } 1 \text{ Florida}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{96}{6}}{\binom{100}{8}} \approx 0,020$

9. 8 meisjes met 3 vwo en 4 jongens met 2 op het vwo.

$$a. \quad P(\text{alleen meisjes}) = \frac{\binom{8}{4} \binom{4}{0}}{\binom{12}{4}} \approx 0,141$$

$$b. \quad P(2 \text{ keer vwo}) = \frac{\binom{5}{2} \binom{7}{2}}{\binom{12}{4}} \approx 0,424$$

$$c. \quad P(\text{jongen die niet op vwo zit}) = \frac{\binom{2}{1} \binom{10}{3}}{\binom{12}{4}} \approx 0,485$$

10.

$$a. \quad P(14 \text{ bij eerste } 3) = \frac{\binom{3}{1} \binom{13}{0}}{\binom{16}{1}} \approx 0,188$$

$$b. \quad P(1t/m 3 \text{ op eind}) = \frac{\binom{3}{3} \binom{13}{0}}{\binom{16}{3}} \approx 0,002$$

$$c. \quad P(3 \text{ } 7 \text{ } 8 \text{ en } 9 \text{ bij eerste } 8) = \frac{\binom{8}{4} \binom{8}{0}}{\binom{16}{4}} \approx 0,038$$

11.

$$a. \quad P(\text{minstens 1 speler moet wachten}) = 1 - P(\text{geen speler moet wachten}) =$$

$$1 - \frac{\binom{8}{0} \binom{46}{6}}{\binom{54}{6}} \approx 0,637$$

$$b. \quad P(\text{Aalderink en secr. niet wachten}) = \frac{\binom{2}{0} \binom{52}{6}}{\binom{54}{6}} \approx 0,788$$

12.

$$a. \quad P(6 \text{ getallen kleiner dan } 20) = \frac{\binom{19}{6} \binom{25}{0}}{\binom{44}{6}} \approx 0,004$$

$$b. \quad P(40 \text{ grootste getal}) = \frac{\binom{1}{1} \binom{39}{5} \binom{4}{0}}{\binom{44}{6}} \approx 0,082$$

$$c. \quad P(3^{\text{e}} \text{ prijs}) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{38}{2}}{\binom{44}{6}} = \frac{15 \cdot 703}{7079052} \approx 0,001$$

$$d. \quad P(4^{\text{e}} \text{ prijs}) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{38}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,002$$

13.

$$a. \quad P(\text{Am. middelste } 3) = \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{4}{4}}{\binom{7}{3}} \approx 0,029$$

$$b. \quad P(\text{een Du. in buitenbaan}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} \approx 0,476$$

$$c. \quad P(\text{minstens 1 niet Am. in de buitenbaan}) = 1 - P(2 \text{ Am. in de buitenbaan}) = 1 - \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} \approx 0,857$$

14.

$$a. \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$b. \quad \frac{5}{10} + \frac{1}{3} = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{10} = \frac{15+10}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$c. \quad 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$d. \quad 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 3 \cdot \frac{2^3}{5^3} = \frac{3 \cdot 8}{125} = \frac{24}{125}$$

$$e. \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18} + \frac{2}{18} = \frac{7}{18}$$

$$f. 1 - \frac{2}{5} \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} = 1 - \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{5 \cdot 6} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

15.

$$a. \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{5 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{10}$$

$$b. 1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{2}{15} - \frac{1}{4} = \frac{60}{60} - \frac{2 \cdot 4}{15 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 15}{4 \cdot 15} = \frac{60}{60} - \frac{8}{60} - \frac{15}{60} = \frac{60 - 8 - 15}{60} = \frac{37}{60}$$

$$c. \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{12} + \frac{5}{16} = \frac{1}{2} + \frac{5}{16} = \frac{1 \cdot 8}{2 \cdot 8} + \frac{5}{16} = \frac{8+5}{16} = \frac{13}{16}$$

$$d. 4 \cdot \frac{1}{9} + \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 3} + \frac{8}{27} = \frac{12+8}{27} = \frac{20}{27}$$

$$e. \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{9}{16} + \frac{5}{16} + \frac{1}{16} = \frac{14}{16} + \frac{1 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{14}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$f. \left(\frac{1}{6}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

16.

$$a. P(r r w) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

b. De kans op 2 keer rood en 1 keer wit zegt niets over de volgorde. Bij P(r r w) ligt de volgorde wel vast.

17.

$$a. P(3 3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$b. P(\text{geen } 1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$$

$$c. P(\text{precies 1 keer een } 2) = P(2 \text{ en geen } 2) + P(\text{geen } 2 \text{ en } 2) = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20} + \frac{4}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$d. P(\text{minstens een } 2) = 1 - P(\text{geen } 2) = 1 - \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} = 1 - \frac{6}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

18. Nu schijf II 8 keer draaien.

$$a. P(\text{precies 1 keer een } 2) = P(1 \text{ keer een } 2 \text{ en } 7 \text{ keer geen } 2) = \binom{8}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 \approx 0,090$$

$$b. P(\text{minsten 1 keer een } 1) = 1 - P(\text{geen } 1) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^8 \approx 0,983$$

$$c. P(5 \text{ keer een } 1 \text{ en } 3 \text{ keer een } 3) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \approx 0,005$$

d.  $P(4 \text{ keer een } 1 \text{ en } 1 \text{ keer een } 3) = P(4 \text{ keer een } 1 \text{ en } 1 \text{ keer een } 3 \text{ en dus } 3 \text{ keer een } 2) =$   
 $\frac{8!}{4!.1!.3!} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,092$

19.

a.  $P(\text{geen foto in } 5 \text{ weken}) = \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0,328$

b.  $P(\text{minstens } 1 \text{ foto in } 6 \text{ weken}) = 1 - P(\text{geen foto}) = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^6 \approx 0,738$

c.  $P(1 \text{ foto in } 8 \text{ weken}) = \binom{8}{1} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7 \approx 0,336$

20.  $P(\text{afkeuren}) = 1 - P(\text{g g g g}) = 1 - 0,98 \cdot 0,70 \cdot 0,95 \cdot 0,92 \approx 0,400$

21.

a.  $P(\text{minstens } 2 \text{ in } 1 \text{ keer slagen}) = 1 - P(0 \text{ slagen}) - P(1 \text{ slaagt}) =$   
 $1 - 0,78^8 + \binom{8}{1} \cdot 0,22 \cdot 0,78^7 \approx 0,554$

b.  $P(6 \text{ of } 7 \text{ slagen}) = P(6) + P(7) = \binom{12}{6} \cdot 0,53^6 \cdot 0,47^6 + \binom{12}{7} \cdot 0,53^7 \cdot 0,47^5 \approx 0,434$

c.  $P(\text{hoogstens } 2 \text{ zakken de eerste keer}) = P(0) + P(1) + P(2) =$   
 $0,71^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,29 \cdot 0,71^9 + \binom{10}{2} \cdot 0,29^2 \cdot 0,71^8 \approx 0,410$

22.

a.  $P(\text{één vier}) = \binom{3}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{64}$

b.  $P(\text{minstens } 1 \text{ keer } 2) = 1 - P(\text{geen } 2) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{64}{64} - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$

23.

a.  $P(4 \text{ keer gooien}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,096$

b.  $P(\text{minstens } 5 \text{ worpen}) = 1 - P(\text{hoogstens } 4 \text{ worpen})$

$$P(1 \text{ worp}) = \frac{1}{6}; P(2 \text{ worpen}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}; P(3 \text{ worpen}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$$

$$P(4 \text{ worpen}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{125}{1296} \Rightarrow$$

$$P(\text{minstens } 5 \text{ worpen}) = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} + \frac{125}{1296}\right) \approx 0,482$$

c.  $P(\text{minstens 1 keer 6}) = 1 - P(\text{geen 6}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

d. Voer in  $y_1 = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^x$  In de tabel zien we dat  $y_1(16) \approx 0,946$  en  $y_1(17) \approx 0,955 \Rightarrow$   
Vanaf  $n = 17$  geldt het gevraagde.

24.

a.  $P(\text{geen ISDN}) = 0,86^{12} \approx 0,164$

b.  $P(3 \text{ keer ISDN}) = P(3 \text{ keer ISDN en } 9 \text{ keer niet}) = \binom{12}{3} \cdot 0,14^3 \cdot 0,86^9 \approx 0,155$

c.  $P(8 \text{ analoog en } 4 \text{ breedband}) = \binom{12}{8} \cdot 0,37^8 \cdot 0,49^4 \approx 0,010$

d.  $P(\text{minstens 2 een breedband}) = 1 - P(0 \text{ breedband}) - P(1 \text{ breedband}) =$   
 $1 - 0,51^{12} - \binom{12}{1} \cdot 0,49 \cdot 0,51^{11} \approx 0,996$

25.

a.  $P(2 \text{ huishoudens voor kinderdagverblijf}) = \binom{8}{2} \cdot 0,14^2 \cdot 0,86^6 \approx 0,222$

b.  $P(\text{minstens 2 voor betaalde oppas}) = 1 - P(0) - P(1) =$   
 $1 - 0,95^8 - \binom{8}{1} \cdot 0,95^7 \cdot 0,05 \approx 0,057$

c.  $P(\text{meer dan 6 hh. geen oppas}) = P(7) + P(8) \approx \binom{8}{1} \cdot 0,60^7 \cdot 0,40 + 0,60^8 \approx 0,106$

d.  $P(6 \text{ geen kinderopvang}) = \frac{\binom{12}{6} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{28}{10}} \approx 0,128$

e.  $P(\text{minstens 2 kinderdagverblijf}) = 1 - P(0) - P(1) =$   
 $1 - \frac{\binom{8}{0} \cdot \binom{20}{10}}{\binom{28}{10}} - \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{20}{9}}{\binom{28}{10}} \approx 1 - 0,116 \approx 0,884$

26.

a. I:  $P(\text{rood}) = \frac{a}{10}$  is juist ;  $P(\text{zwart}) = \frac{10-a}{10}$  is juist

b. II:  $P(\text{rood}) = \frac{b}{8}$  en  $P(\text{zwart}) = \frac{8-b}{8}$

27.

$$\text{a. } \frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{3} = \frac{20}{30} + \frac{9}{30} = \frac{29}{30}$$

$$\text{b. } \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{8}{27} + \frac{1}{8} = \frac{8}{27} \cdot \frac{8}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{27}{27} = \frac{64}{216} + \frac{27}{216} = \frac{91}{216}$$

$$\text{c. } 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{12}{12} - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\text{d. } 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{8} \cdot 5 = 6 \cdot \frac{9}{16} - \frac{15}{8} = \frac{54}{16} - \frac{15}{8} = \frac{27}{8} - \frac{15}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\text{e. } 8 \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{3} - \frac{8}{21} = \frac{8}{3} \cdot \frac{7}{7} - \frac{8}{21} = \frac{56}{21} - \frac{8}{21} = \frac{48}{21} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$$

$$\text{f. } 4 \cdot \frac{2}{15} + 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{8}{15} + 1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{15} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{15}{15} = \frac{32}{60} + \frac{15}{60} = \frac{47}{60}$$

28.

$$\text{a. } 5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 5 \cdot \frac{27}{64} + 3 \cdot \frac{1}{64} = \frac{5 \cdot 27}{64} + \frac{3 \cdot 1}{64} = \frac{135}{64} + \frac{3}{64} = \frac{138}{64} = \frac{69}{32} = 2\frac{5}{32}$$

$$\text{b. } 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15} + \frac{6}{15} = \frac{14}{15}$$

$$\text{c. } 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{20}{20} - \frac{4}{20} - \frac{5}{20} = \frac{11}{20}$$

$$\text{d. } \frac{3}{\left(\frac{2}{5}\right)} - 2\frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} = 3 \cdot \frac{5}{2} - 2\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 7\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 7\frac{1}{2} - 3 = 4\frac{1}{2}$$

29.

$$\text{a. } \frac{5}{p} + \frac{4}{q} = \frac{5}{p} \cdot \frac{q}{q} + \frac{4}{q} \cdot \frac{p}{p} = \frac{5q}{pq} + \frac{4p}{pq} = \frac{5q+4p}{pq}$$

$$\text{b. } \frac{5}{p} \cdot \frac{4}{q} = \frac{20}{pq}$$

$$\text{c. } 1 + \frac{5}{p} = \frac{p}{p} + \frac{5}{p} = \frac{p+5}{p}$$

$$\text{d. } \frac{p}{3} \cdot \frac{2-p}{5} = \frac{p(2-p)}{15} = \frac{2p-p^2}{15}$$

$$\text{e. } \frac{6-p}{\left(\frac{2}{3}\right)} = (6-p) \cdot \frac{3}{2} = \frac{(6-p) \cdot 3}{2} = \frac{18-3p}{2}$$

$$\text{f. } \frac{a-5}{a} \cdot \frac{8-a}{3} = \frac{(a-5)(8-a)}{3a} = \frac{8a-a^2-40+5a}{3a} = \frac{-a^2+13a-40}{3a}$$

$$\text{g. } \frac{5}{a} + \frac{7-a}{3} = \frac{5}{a} \cdot \frac{3}{3} + \frac{7-a}{3} \cdot \frac{a}{a} = \frac{15+7a-a^2}{3a} = \frac{-a^2+7a+15}{3a}$$

$$\text{h. } 3 \cdot \frac{5}{n} \cdot \frac{2-n}{n} + \frac{5}{n} \cdot \frac{n-1}{n} = \frac{15(2-n)}{n^2} + \frac{5(n-1)}{n^2} = \frac{30-15n}{n^2} + \frac{5n-5}{n^2} = \frac{25-10n}{n^2}$$



30.

$$a. \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \cdot \frac{b}{b} + \frac{1}{b} \cdot \frac{a}{a} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{b+a}{ab}$$

$$b. \quad \frac{1}{a} + 2 = \frac{1}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{1+2a}{a}$$

$$c. \quad \frac{1}{a} \cdot 2 \cdot \frac{b}{4} = \frac{1}{a} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{b}{4} = \frac{2b}{4a} = \frac{b}{2a}$$

$$d. \quad 3 \cdot \frac{a-3}{5} \cdot \frac{2-a}{a} + 2 \cdot \frac{(3-a)^2}{5a} = \frac{3(a-3)(2-a)}{5a} + \frac{2(3-a)^2}{5a} = \frac{3(2a-a^2-6+3a)}{5a} + \frac{2(9-6a+a^2)}{5a}$$

$$= \frac{-3a^2+6a-18+9a}{5a} + \frac{18-12a+2a^2}{5a} = \frac{-a^2+3a}{5a} = \frac{-a+3}{5}$$

$$e. \quad 5 \cdot \frac{3}{8-a} \cdot \frac{2-a}{a} + \frac{a}{8-a} \cdot \frac{a-2}{a} = \frac{15(2-a)}{(8-a)a} + \frac{a(a-2)}{(8-a)a} = \frac{30-15a+a^2-2a}{a(a-8)} = \frac{a^2-17a+30}{a(a-8)}$$

$$f. \quad 5 \cdot \frac{3-a}{a^2} - 2 \cdot \frac{6-a}{a^2} = \frac{5(3-a)}{a^2} - \frac{2(6-a)}{a^2} = \frac{15-5a-12+2a}{a^2} = \frac{3-3a}{a^2}$$

31. I: 10 knikkers met  $a$  rode en dus  $10 - a$  zwarte.II: 6 rode en  $a$  zwarte knikkers.

$$a. \quad P(\text{zwart}) = \frac{10-a}{10} \quad \text{want er zijn } 10 - a \text{ zwarte knikkers op een totaal van } 10.$$

$$b. \quad P(\text{zwarte}) = \frac{a}{6+a}$$

$$c. \quad P(\text{zw zw}) = \frac{10-a}{10} \cdot \frac{a}{6+a} = \frac{(10-a)a}{10(6+a)} = \frac{10a-a^2}{60+10a}$$

32. I: 11 knikkers  $x$  rode en dus  $11 - x$  zwarteII: 6 knikkers,  $x$  rode en dus  $6 - x$  zwarte knikkers.

$$a. \quad P(\text{r r}) = \frac{x}{11} \cdot \frac{x}{6} = \frac{x^2}{66}$$

$$b. \quad P(\text{zwart en rood}) = P(\text{z r}) + P(\text{r z}) = \frac{11-x}{11} \cdot \frac{x}{6} + \frac{x}{11} \cdot \frac{6-x}{6} = \frac{11x-x^2+6x-x^2}{66} = \frac{17x-2x^2}{66}$$

c. Voer in  $y_1 = \frac{17x-2x^2}{66}$  Met de optie maximum vinden we het maximum bij  $x \approx 4,3$ .  $x$  moet een geheel getal zijn. Uit de tabel lezen we af:  $P(4) \approx 0,545$  en  $P(5) \approx 0,530 \Rightarrow$  Maximale kans bij 4 rode knikkers in I en II en dus 7 zwarte knikkers in I en 2 zwarte knikkers in II.

33. I:  $a$  knikkers 5 rode en dus  $a - 5$  zwarte knikkers.I:  $a$  knikkers 3 rode en dus  $a - 3$  zwarte knikkers.

$$a. \quad P(\text{r r}) = \frac{5}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{15}{a^2}$$

$$b. \quad P(\text{rode en wit}) = P(\text{r w}) = \frac{5}{a} \cdot \frac{a-3}{a} = \frac{5a-15}{a^2}$$

- c.  $P(\text{rode en zwart}) = P(z r) = \frac{a-5}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{3a-15}{a^2}$
- d. Voer in  $y_1 = \frac{3x-15}{x^2}$  en bekijk de tabel.  $\Rightarrow y_1(9) \approx 0,148$ ;  $y_1(10) \approx 0,15$  en  $y_1(11) \approx 0,149$   
 $\Rightarrow$  Er is een maximum bij  $x = 10 \Rightarrow$  De maximale waarde is  $0,15$ . Er zitten dan  $10 - 5 = 5$  zwarte knikkers in vaas I.
- e. Nu  $P(r \text{ en } z) > 0,1 \Rightarrow$  Bekijk weer de tabel, dan geldt  $x \geq 7$  t/m 23  $\Rightarrow a \geq 7$  t/m 23  $\Rightarrow$  Er zitten dan minstens 7 en maximaal 23 knikkers in vaas I.

34. Vaas I: 3 rode en 5 witte knikkers.  
 Vaas II: 10 knikkers met  $a$  witte en dus  $10 - a$  rode.

a.  $P(r r) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10-a}{10} = \frac{30-3a}{80}$

b.  $P(w w) = \frac{5}{8} \cdot \frac{a}{10} = \frac{5a}{80} = \frac{a}{16}$

- c. Nu in vaas I:  $8 + a$  knikkers. met nu  $a + 3$  rode en 5 witte.

$$P(r \text{ en } w) = P(r w) + P(w r) = \frac{3+a}{8+a} \cdot \frac{a}{10} + \frac{5}{8+a} \cdot \frac{10-a}{10} = \frac{3a+a^2}{80+10a} + \frac{50-5a}{80+10a} = \frac{a^2-2a+50}{10a+80}$$

- d. Voer in  $y_1 = \frac{x^2-2x+50}{10x+80}$  In de tabel zien we dat voor  $x = a = 2$  of  $x = a = 5$  deze kans gelijk is aan  $0,5$ .  $\Rightarrow$  We moeten dus 5 rode knikkers toevoegen of 2 rode knikkers.

35. Vaas I:  $q$  knikkers met 6 witte en dus  $q - 6$  zwarte.  
 Vaas II: 12 knikkers met  $q$  zwarte en dus  $12 - q$  witte.

a.  $P(w w) = \frac{6}{q} \cdot \frac{12-q}{12} = \frac{72-6q}{12q} = \frac{12-q}{2q}$

b.  $P(w_i \text{ en } z_w) = P(w z) + P(z w) =$   
 $\frac{6}{q} \cdot \frac{q}{12} + \frac{q-6}{q} \cdot \frac{12-q}{12} = \frac{6q+(q-6)(12-q)}{12q} = \frac{6q+12q-q^2-72+6q}{12q} = \frac{-q^2+24q-72}{12q}$

36. Vaas 4 rode en 3 witte knikkers.

I  $P(2 \text{ rode}) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}}$  is waar      II: is niet waar want het is trekken zonder teruglegging.

III is ook waar .

37. Vaas 50 knikkers .  $p$  rode en dus  $50 - p$  witte.

a. 
$$P(2 \text{ rode}) = \frac{p}{50} \cdot \frac{p-1}{49} = \frac{p^2 - p}{2450}$$

b. 
$$P(\text{rode en witte}) = P(r w) + P(w r) = 2 \cdot P(r w) = 2 \cdot \frac{p}{50} \cdot \frac{50-p}{49} = 2 \cdot \frac{50p - p^2}{2450} = \frac{50p - p^2}{1225}$$

c. Voer in  $y_1 = \frac{50x - x^2}{1225}$  In de tabel lezen we af:  $y_1(21) \approx 0,497$  en  $y_1(22) \approx 0,503 \Rightarrow$   
 Vanaf  $x = 23$  t/m 28 geldt het gevraagde.  $\Rightarrow$   
 Vanaf 23 rode en dus 27 witte t/m 28 rode en dan 22 witte geldt het gevraagde .

38.  $a$  knikkers met 10 rode en dus  $a - 10$  zwarte.

a. 
$$P(r \text{ rode}) = \frac{10}{a} \cdot \frac{9}{a-1} = \frac{90}{a^2 - a}$$

b. 
$$P(\text{rode en zwarte}) = 2 \cdot P(r z) = 2 \cdot \frac{10}{a} \cdot \frac{a-10}{a-1} = 2 \cdot \frac{10a-100}{a^2 - a} = \frac{20a-200}{a^2 - a}$$

c. Voer weer in  $y_1 = \frac{20x-200}{x^2-x}$  In de tabel zien we dat  $y_1(16) = 0,5$  en  $y_1(17) \approx 0,515$  dit geldt  
 t/m  $x = 24 \Rightarrow$  Vanaf 17 t/m 24 kikkers in de vaas geldt het gevraagde.

39. Vaas met 8 knikkers .  $a$  rode en dus  $8 - a$  zwarte.

a. 
$$P(2 \text{ knikkers}) = P(z r) = \frac{8-a}{8} \cdot \frac{a}{7} = \frac{8a - a^2}{56}$$

b. Voer in  $y_1 = \frac{8x - x^2}{56}$  In de tabel zien we dat  $y_1(1) = 0,125$  en ook  $y_1(7) = 0,125 \Rightarrow$   
 Bij 1 rode of bij 7 rode knikkers in de vaas geldt het gevraagde.

40. Vaas met  $a$  knikkers . 8 rode en dus  $a - 8$  zwarte.

a. 
$$P(2 \text{ keer pakken}) = P(r z) = \frac{8}{a} \cdot \frac{a-8}{a-1} = \frac{8a-64}{a^2 - a}$$

$$b. \quad P(3 \text{ keer pakken}) = P(r r z) = \frac{8}{a} \cdot \frac{7}{a-1} \cdot \frac{a-8}{a-2} = \frac{56(a-8)}{a(a-1)(a-2)} \Rightarrow$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{56(x-8)}{x(x-1)(x-2)} \text{ en kijk weer in de tabel. } \Rightarrow$$

Bij  $x = 11, 12$  en  $13$  geldt het gevraagde  $\Rightarrow$  Bij een vaas met 11 t/m 13 knikkers geldt het gevraagde.

41. 20 env. met 3 waardebonnen.

$$1 - P(\text{geen waardebon}) = 1 - \frac{\binom{17}{4} \cdot \binom{3}{0}}{\binom{20}{4}} \approx 0,509$$

42. 50 loten. 5 prijzen

$$P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{45}{3} \cdot \binom{5}{0}}{\binom{50}{3}} = 1 - 0,724 \approx 0,276 \Rightarrow$$

$$p = 0,276$$

43.

$$a. \quad p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$b. \quad P(\text{succes}) = P(2 \text{ gelijken}) = 1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow p = \frac{1}{6}$$

$$c. \quad P(\text{succes}) = P(\text{meer dan 10}) = P(11) + P(12) = P(56 \vee 65) + P(66) = \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow p = \frac{1}{12}$$

44.

$$a. \quad P(3 \text{ 3 n n n n}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{81}{4^6} \approx 0,198$$

$$b. \quad P(3 \text{ n 3 n n n}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{81}{4^6} \approx 0,198 \text{ en geeft dus dezelfde uitkomst.}$$

$$c. \quad 3 \text{ keer een 3 en 4 keer geen 3} \Rightarrow \binom{6}{2} = 15 \text{ rijtjes.}$$

d.  $P(2 \text{ keer } 3 \text{ en dus } 4 \text{ keer geen } 3) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,297$

45. 8 rode , 2 witte en 10 groene knikkers.

a.  $X$ : aantal rode knikkers. Trekking met teruglegging  $n = 6$  en  $p = 8/20 = 0,4$

$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 \approx 0,138$$

b.  $n = 12$  met teruglegging ;  $Y$ : aantal niet-witte knikkers  $\Rightarrow p = 18/20 = 0,9$

$$P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 \approx 0,230$$

46. slaggemiddelde is 0,3

a.  $X$ : aantal keren slag en  $n = 10 \Rightarrow P(X = 5 \mid n = 10 \text{ en } p = 0,3) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 \approx 0,103$

b.  $P(m m m m s) = 0,7^4 \cdot 0,3 \approx 0,072$

47.  $P(s) = 0,8$  ;  $n = 12$  en stel  $X$  is het aantal keer dat het geneesmiddel werkt ; binomiaal

a.  $P(X = 8 \mid n = 12 \text{ en } p = 0,8) = \binom{12}{8} \cdot 0,8^8 \cdot 0,2^4 \approx 0,133$

b.  $P(X = 6 \mid n = 12 \text{ en } p = 0,8) = \binom{12}{6} \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^6 \approx 0,016$

48.  $X$  is binomiaal met  $n = 3$  en  $p = 0,2$

kansverdeling:

$X$	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,512	0,384	0,096	0,008

a.  $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,512 + 0,384 + 0,096 = 0,992$

b.  $P(X \leq 3) = 1$  want 3 is de som van alle mogelijkheden en die totale kans is dus 1 (somregel)

c.  $P(X \leq 0) = P(X = 0)$  omdat  $X$  niet negatief is.

d.

$X$	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

49.

a.  $X$ : aantal keren banaan ;  $P(X = 5 \mid n = 10 \text{ en } p = 1/5) = \text{binompdf}(10, 0,2, 5) \approx 0,026$

- b.  $X$ : aantal keren een appel ;  $P(X = 3) = \text{binompdf}(18, 0.4, 3) \approx 0,025$
- c.  $X$ : aantal keren een appel ;  $P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(20, 0.4, 2) \approx 0,004$
- d.  $X$ : aantal keer een banaan ;  $P(X = 4) = \text{binompdf}(5, 0.2, 4) \approx 0,006$
50.  $P(\text{bruine ogen}) = 0,75$  ;  $n = 6$  ;  $X$ : aantal kinderen met bruine ogen
- a.  $P(X = 4) = \text{binompdf}(6, 0.75, 4) \approx 0,297$
- b.  $P(X \leq 4) = \text{binomcdf}(6, 0.75, 4) \approx 0,466$
51.  $P(v \leq 120) = 0,84$  en  $P(120 \leq v < 140) = 0,75 \cdot 0,16 = 0,12$   $P(v \geq 140) = 0,04$
- a.  $X$ : aantal mensen dat te hard rijdt;  $n = 60 \Rightarrow P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0.16, 10) \approx 0,136$
- b.  $Y$ : aantal mensen dat meer dan 140 km rijdt ;  $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(60, 0.04, 2) \approx 0,568$
- c.  $Z$ : aantal mensen dat tussen de 120 en 140 km rijdt  
 $P(Z = 15) = \text{binompdf}(60, 0.12, 15) \approx 0,003$
52.  $P(s) = 0,2$  en  $P(m) = 0,8$  ;  $X$ : aantal goed gegokte antwoorden
- a.  $P(\text{cijfer 8}) = P(16 \text{ antwoorden goed}) = P(12 \text{ goede antwoorden} + 4 \text{ goed gegokte antwoorden}) = P(X = 4) = \text{binompdf}(8, 0.2, 4) \approx 0,046$
- b. Nu 10 vragen zeker goed en de andere 10 moet ze gokken.  
 $P(\text{hoogstens een 6}) = P(10 \text{ goede antwoorden} + \text{hoogstens 2 goed gegokte antwoorden}) = P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(10, 0.2, 2) \approx 0,678$
- 53.
- a.  $P(B) = P(2 \text{ keer oost en } 6 \text{ keer noord}) = \binom{8}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \text{binompdf}\left(8, \frac{1}{6}, 2\right) \approx 0,260$
- b.  $P(C) = P(4 \text{ keer oost en } 4 \text{ keer noord}) = \text{binompdf}\left(8, \frac{1}{6}, 4\right) \approx 0,026$
- c.  $P(A \text{ dan } B) = \text{binompdf}\left(5, \frac{1}{6}, 1\right) \cdot \text{binompdf}\left(3, \frac{1}{6}, 1\right) \approx 0,4018 \dots \cdot 0,347 \dots \approx 0,140$
- d.  $P(\text{ten noorden van lijn AC}) = P(0 \text{ keer oost}) + P(1 \text{ keer oost}) + P(2 \text{ keer oost}) + P(3 \text{ keer oost}) = P(\text{oost} \leq 3) = \text{binomcdf}\left(8, \frac{1}{6}, 3\right) \approx 0,969$
- 54.
- a.  $P(\text{hoogstens 5 keer succes}) = P(X \leq 5)$  ;  $P(X = 4)$  ;  $P(\text{minstens 7 successen}) = P(X \geq 7)$

$$\begin{aligned} \text{b. } P(X \geq 10) &= 1 - P(X \leq 9); & P(X > 5) &= 1 - P(X \leq 5); \\ P(X < 7) &= P(X \leq 6); & P(X \geq 6) &= 1 - P(X \leq 5) \end{aligned}$$

55.

$$\text{a. } P(X \text{ tussen } 4 \text{ en } 9) = P(X \text{ vanaf } 5 \text{ t/m } 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$$

$$\text{b. } P(X \text{ tussen } 1 \text{ en } 7) = P(X \text{ vanaf } 2 \text{ t/m } 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 1)$$

$$\begin{aligned} \text{c. } P(5 \leq X \leq 10) &= P(X \leq 10) - P(X \leq 4) \\ P(4 < X < 9) &= P(5 \leq X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4) \end{aligned}$$

56.

$$\text{a. } P(X > 2) = P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$\text{b. } P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$$

$$\text{c. } P(3 < X < 8) = P(4 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 3)$$

$$\text{d. } P(X \text{ tussen } 2 \text{ en } 11) = P(3 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 2)$$

$$\text{e. } P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$$

$$\text{f. } P(2 \leq X \leq 9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 1)$$

57.

$$\text{a. } P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0,347$$

$$\text{b. } P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) \approx 0,889$$

$$\text{c. } P(\text{tussen } 9 \text{ en } 16 \text{ keer succes}) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0,631$$

$$\text{d. } P(\text{minstens } 6 \text{ keer succes}) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) \approx 0,982$$

$$\begin{aligned} \text{e. } P(7 < X < 12) &= P(8 \leq X \leq 11) = P(X \leq 11) - P(X \leq 7) = \\ &= \text{binomcdf}(25, 0,42, 11) - \text{binomcdf}(25, 0,42, 7) \approx 0,550 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } P(8, 9 \text{ of } 10 \text{ successen}) &= P(X \leq 10) - P(X \leq 7) = \\ &= \text{binomcdf}(25, 0,42, 10) - \text{binomcdf}(25, 0,42, 7) \approx 0,394 \end{aligned}$$

58.

$$\text{a. } P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 3) \approx 0,904$$

- b.  $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 4) \approx 0,796$
- c.  $P(5 \text{ of } 6 \text{ keer succes}) = P(X = 5) + P(X = 6) = \text{binompdf}(50, 0.13, 5) + \text{binompdf}(50, 0.13, 6) \approx 0,317$
- d.  $P(\text{tussen } 7 \text{ en } 14 \text{ keer succes}) = P(X \leq 13) - P(X \leq 7) = \text{binomcdf}(50, 0.13, 13) - \text{binomcdf}(50, 0.13, 7) \approx 0,318$

59.

- a.  $X$ : aantal keer appel ;  $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, 3/6, 4) \approx 0,623$
- b.  $X$ : aantal keer appel ;  $P(11 \leq X \leq 19) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(25, 0.50, 19) - \text{binomcdf}(25, 0.50, 10) \approx 0,786$
- c.  $X$ : aantal keer banaan ;  $P(X > 40) = 1 - P(X \leq 40) = 1 - \text{binomcdf}(100, 2/6, 40) \approx 0,066$
- d.  $X$ : aantal keer kers ;  $P(X = 7) = \text{binompdf}(35, 1/6, 7) \approx 0,146$
- e.  $X$ : het aantal keren geen kers.  $\Rightarrow P(X = 10) = \text{binompdf}(10, 5/6, 10) \approx 0,162$

60.

- a.  $X$ : aantal keer even ;  $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, 0.50, 10) \approx 0,105$
- b.  $X$ : aantal keer 3 ogen ;  $P(X \leq 1) = \text{binomcdf}(16, 0.50, 1) \approx 0,227$
- c.  $X$ : aantal keer 6 ;  $P(X = 5) = \text{binompdf}(16, 1/6, 5) \approx 0,076$

61.  $p = 0,9$  ;  $X$  is het aantal keer dat hij de wijn herkent.

$$P(X \geq 7 \mid n = 9 \text{ en } p = 0,9) = 1 - P(X \leq 6) = 1 - \text{binomcdf}(9, 0.9, 6) \approx 0,947$$

62.

a.  $P(2 \text{ rode kn. zonder}) = \frac{\binom{12}{2} \cdot \binom{13}{0}}{\binom{25}{2}} = 0,22$  ;

$$X: \text{aantal keer 2 rode knikkers} ; P(3 \text{ keer 2 rode kn.}) = P(X = 3 \mid n = 15) = \text{binompdf}(15, 0.22, 3) \approx 0,246$$



$$b. \quad P(1 \text{ zw zonder}) = P(1 \text{ zw en 1 niet zw zonder}) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75};$$

$X$ : aantal keren met 1 zwarte kn;  $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15, 34/75, 9) \approx 0,081$

$$c. \quad P(2 \text{ dezelfde zonder}) = P(2 \text{ ro}) + P(2 \text{ zw}) + P(2 \text{ wi}) = \frac{\binom{12}{2} \cdot \binom{13}{0} + \binom{8}{2} \cdot \binom{17}{0} + \binom{5}{2} \cdot \binom{20}{0}}{\binom{25}{2}}$$

$= \frac{26}{75}$ ;  $X$ : aantal keer 2 knikkers met dezelfde kleur.

$P(X < 6) = P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(15, 26/75, 5) \approx 0,575$

$$d. \quad P(\text{minstens 1 rode zonder}) = 1 - P(\text{geen rode kn. zonder terugleggen}) =$$

$$1 - \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{2}} = 1 - 0,26 = 0,74; \quad X: \text{aantal keer minstens 1 rode kn.}$$

$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = \text{binomcdf}(15, 0,74, 7) \approx 0,978$

63.

$$a. \quad 0,60 \cdot 120 = 72; \quad X: \text{aantal studenten met succes studie voltooien.}$$

$P(X > 72 \mid n = 120 \text{ en } p = 2/3) = 1 - P(X \leq 72) = 1 - \text{binomcdf}(120, 2/3, 72) \approx 0,925$

$$b. \quad X: \text{aantal studenten die voortijdig afhaken}$$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(6, 0,4, 2) \approx 0,456$

64.

$$a. \quad X: \text{aantal uitsluitend in Nederland}; \quad P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0,22, 19) \approx 0,298$$

$$b. \quad X: \text{uitsluitend naar buitenland}; \quad 0,20 \cdot 80 = 16 \text{ en } 0,30 \cdot 80 = 24 \Rightarrow P(16 < X < 24) = P(X \leq 23) - P(X \leq 16) = \text{binomcdf}(80, 0,36, 23) - \text{binomcdf}(80, 0,36, 16) \approx 0,106$$

$$c. \quad X: \text{aantal dat niet op vakantie gaat}; \quad p = 1 - 0,22 - 0,36 - 0,14 = 0,28$$

$$P(16 < X < 24) = P(X \leq 23) - P(X \leq 16) = \text{binomcdf}(80, 0,28, 23) - \text{binomcdf}(80, 0,28, 16) \approx 0,547$$

$$d. \quad P(2 \text{ in Nederland, 4 alleen buitenland en 4 niet op vakantie}) = \frac{10!}{2! \cdot 4! \cdot 4!} \cdot 0,22^2 \cdot 0,36^4 \cdot 0,28^4 \approx 0,016$$

- 65.
- $X$ : het aantal keer munt.  $P(11 \leq X \leq 14 \mid p = 0,5 \text{ en } n = 25) = P(X \leq 14) - P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(25, 0,5, 14) - \text{binomcdf}(25, 0,5, 10) \approx 0,576$
  - $X$ : aantal keer met munt munt ;  $P(\text{munt}, \text{munt}) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$  (succeskans)  
 $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, 0,25, 5) \approx 0,203$
  - $X$ : aantal keer minstens 5 ogen ;  $P(\text{minstens } 5) = 1/3$   
 $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, 1/3, 10) \approx 0,998$
66.  $P(\text{niet opdagen}) = 0,12 \Rightarrow P(\text{opdagen}) = 0,88$   
 $X$ : het aantal beschikbare plaatsen.  
 $P(X \leq 92 \mid n = 100 \text{ en } p = 0,88) = \text{binomcdf}(100, 0,88, 92) \approx 0,924$
67.  $p(\text{onschuldige wordt beschuldigd}) = 0,05$
- $X$ : aantal schuldigen  $\Rightarrow P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(8, 0,05, 1) \approx 0,057$
  - $P(X = 3) = \text{binompdf}(8, 0,05, 3) \approx 0,005$
68.  $X$ : het aantal teksten dat herkend wordt.
- $P(\text{minstens } 1 \text{ tekst niet herkend}) = 1 - P(0 \text{ teksten niet herkend}) = 1 - P(\text{alle teksten herkend}) = 1 - P(X = 25) = 1 - 0,85^{25} \approx 0,982$
  - $P(\text{meer dan } 15 \text{ teksten herkend}) = P(X \geq 16) = 1 - P(X \leq 15) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0,85, 15) \approx 0,998$
  - 85% van 25 is 21,25  $\Rightarrow P(\text{minstens } 85\%) = P(X \geq 22) = 1 - P(X \leq 21) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0,85, 21) \approx 0,471$
- 69.
- $X$ : aantal keer munt ;  $P(X \geq 5) > 0,99 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 4) > 0,99 \Leftrightarrow P(X \leq 4) < 0,01 \Leftrightarrow \text{binomcdf}(n, 1/2, 5) < 0,01$  Voer in  $y_1 = \text{binomcdf}(X, 0,5, 5)$  Met de optie tabel lezen we af : bij  $n = 18$   $y_1 = 0,9846$  en bij  $n = 19$  is  $y_1 = 0,9904 \Rightarrow$  je moet dus minstens 19 keer gaan gooien.
  - $X$ : aantal keer minstens 1 munt ;  $P(\text{minstens } 1 \text{ keer munt}) = 1 - P(\text{geen munt}) = 1 - 0,25 = 0,75$  Nu moet gelden:  
 $P(X \geq 2) \geq 0,98 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 1) \geq 0,98 \Leftrightarrow P(X \leq 1) \leq 0,02 \Leftrightarrow \text{binomcdf}(n, 0,75, 1) \leq 0,02$   
Voer in :  $y_1 = \text{binomcdf}(X, 0,75, 1)$  Met de optie tabel vinden we:  
als  $n = 4$  dan  $y_1 = 0,051$  en als  $n = 5$  dan  $y_1 = 0,016 \Rightarrow$  vanaf  $n$  is 5 klopt het  $\Rightarrow$  men moet minstens 5 keer gooien.

70.  $X$ : aantal treffers. Er moet gelden :  $P(X \geq 5) \geq 0,90 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 4) \geq 0,90 \Leftrightarrow P(X \leq 4) \leq 0,1$   
 $\Rightarrow \text{binomcdf}(n, 0.4, 4) \leq 0,1$  Voor welke  $n$  ?  
 Voer in :  $y_1 = \text{binomcdf}(X, 0.4, 4) \Rightarrow$   
 Met de optie tabel vinden we: voor  $n = 17$  geldt  $y_1 = 0,126$  en voor  $n = 18$  geldt  $y_1 = 0,094 \Rightarrow$   
 Men moet dus minstens 18 keer gooien.

71.  $P(\text{twee witte knikkers zonder terugleggen}) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3}$

$X$ : het aantal keer met 2 witte knikkers.

Er moet gelden :  $P(X \geq 3) \geq 0,95 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 2) \geq 0,95 \Leftrightarrow P(X \leq 2) \leq 0,05 \Rightarrow$   
 $\text{binomcdf}(n, 1/3, 2) \leq 0,05$  Voor welke  $n$  ?

Voer in :  $y_1 = \text{binomcdf}(X, 1/3, 2) \Rightarrow$

Met de optie tabel vinden we: voor  $n = 16$  geldt  $y_1 = 0,059$  en voor  $n = 17$  geldt  $y_1 = 0,044 \Rightarrow$   
 Men moet dus minstens 17 keer een greep van 2 knikkers doen.

72.

- a. opp. =  $\text{normalcdf}(13, 19, 15, 2.8) \approx 0,686$   
 b. opp. =  $\text{normalcdf}(-10^{99}, 20.4, 15, 2.8) \approx 0,973$   
 c. opp. =  $\text{normalcdf}(21.3, 10^{99}, 15, 2.8) \approx 0,122$

73.  $\mu = 75$  cm en  $\sigma = 18$  cm.

- a.  $P(\text{lengte groot}) = \text{normalcdf}(80, 10^{99}, 75, 18) \approx 0,391$   
 b. 5 coniferen . alle 5 groot  $\Rightarrow P(\text{alle 5 groot}) = 0,391^5 \approx 0,009$

74.

- a.  $X$ : aantal pakken minder dan 125 gram .  $X$  is binomiaal verdeeld met  $n = 50$  en  
 $p = \text{normalcdf}(-10^{99}, 125, 130, 5) \approx 0,158... \Rightarrow$   
 $P(X \leq 4) = \text{binomcdf}(50, 0.158..., 4) \approx 0,085$
- b.  $X$ : aantal pakken minder dan 128 gram ;  $X$  is binomiaal verdeeld met  $n = 50$  en  
 $p = \text{normalcdf}(-10^{99}, 128, 130, 5) \approx 0,344... \Rightarrow$   
 $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.344..., 7) \approx 0,999$
- c.  $X$ : aantal pakken met meer dan 132 gram ;  $X$  is binomiaal verdeeld met  $n = 50$  en  
 $p = \text{normalcdf}(132, 10^{99}, 130, 5) \approx 0,344... \Rightarrow$   
 $P(X = 8) = \text{binompdf}(50, 0.3446, 8) \approx 0,002$

75.

- a.  $X$ : aantal moeren met diameter van minder dan 14,15  
 $X$ : binomiaal verdeeld met  $n = 100$  en  
 $p = \text{normalcdf}(-10^{99}, 14.15, 14.31, 0.12) \approx 0,0912\dots$   
 $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(100, 0.91\dots, 5) \approx 0,097$
- b.  $X$ : aantal moeren met diameter  $> 14,50$ .  
 $X$  is binomiaal verdeeld met  $n$  is 100 en  
 $p = \text{normalcdf}(14.50, 10^{99}, 14.31, 0.12) \approx 0,566\dots$   
 $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0.566\dots, 9) \approx 0,057$

76.

- a.  $X$  is het aantal optredens dat langer is dan 2 uur.  $X$  is binomiaal verdeeld met  
 $p = \text{normalcdf}(120, 10^{99}, 112, 5) \approx 0,054\dots$   
 $\Rightarrow P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(22, 0.0547\dots, 4) \approx 0,030$
- b.  $X$  is het aantal optredens korter dan 105 minuten.  
 $X$  is binomiaal verdeeld met  $n = 120$  en  $p = \text{normalcdf}(-10^{99}, 105, 112, 5) \approx 0,080\dots$   
 $\Rightarrow E = 120 \cdot 0,080\dots \approx 9,69 \Rightarrow$   
 Ongeveer 10 optredens zijn bij benadering korter dan 1 uur en 3 kwartier.

77.  $\mu = 160 \text{ sec}$  en  $\sigma = 15 \text{ sec}$ 

- a.  $X$  is het aantal rijwielen  
 $X$  is binomiaal verdeeld met  $n = 80$  en  $p = \text{normalcdf}(180, 10^{99}, 160, 15) \approx 0,091\dots$   
 $\Rightarrow P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0.091\dots, 9) \approx 0,192$
- b.  $P(\text{minder dan } 2,5 \text{ min}) = P(\text{minder dan } 150 \text{ sec}) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 150, 160, 15) \approx 0,2524\dots$   
 $\Rightarrow$  Het aantal keren minder dan 2,5 min is dan ongeveer  $180 \cdot 0,2524\dots \approx 45 \Rightarrow$   
 In ongeveer 45 gevallen.
- c.  $P(\text{behandeling langer dan } 165 \text{ sec.}) = \text{normalcdf}(165, 10^{99}, 160, 15) \approx 0,3694\dots$   
 Stel  $X$  is het aantal behandelingen boven de 165 sec. Nu moet gelden :  
 $P(X \geq 5) > 0,99 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 4) > 0,99 \Leftrightarrow P(X \leq 4) < 0,01 \Rightarrow$   
 $\text{binomcdf}(\text{?}, 0.3694\dots, 4) < 0,01$ .

Voer in  $y_1 = \text{binomcdf}(X, 0.3694\dots, 4)$  In de tabel lezen we af :  
 $\text{binomcdf}(27, 0.3694\dots, 4) \approx 0,01093$  en  $\text{binomcdf}(28, 0.3694\dots, 4) \approx 0,00794 \Rightarrow$   
 De werknemer moet dus minstens 28 remmen instellen.

78. Opbrengst is  $1000 \cdot 5 = 5000$  euro ; uitgave per week is:  $2000 + 20 \cdot 100 = 4000$  euro  $\Rightarrow$   
 De winst per weer is dus 1000 euro ; Dat is dus 1 euro per lot winst.

79.

- a. We moeten eerst de kansverdeling berekenen:  
 Van de prijzen gaat de aankoopssom per lot er af  $\Rightarrow$   
 $P(50-2) = P(48) = 0,01$  ;  $P(10-2) = P(8) = 0,03$  ;  $P(0-2) = P(-2) = 0,96$   
 $\Rightarrow E = 48 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,03 + -2 \cdot 0,96 = -1,20 \Rightarrow$  de winstverwachting per lot is  $-1,20$  euro
- b. Je speelt gemiddeld quitte als de prijs per lot vermindert wordt met  $1,20$  euro .  
 De prijs moet dus  $0,80$  euro gaan kosten

80 Doos met 20 ballen met 1 rode en 2 blauwe.

$$P(25) = P(r) = 0,05 \text{ ; } P(10) = P(1 \text{ bl}) = 0,1 \text{ en } P(0) = 0,85$$

$$E(U) = 0,05 \cdot 25 + 0,1 \cdot 10 + 0,85 \cdot 0 = 2,25 \Rightarrow$$

De uitbetaling per klant is dus gemiddeld  $2,25$  euro.

81.

- a. We gaan weer eerst de kansverdeling berekenen.  $W =$  uitbetaling  $- 1$   
 $P(100-1) = P(99) = 0,001$  ;  $P(49) = 0,005$  ;  $P(24) = 0,010$  ;  $P(9) = 0,025$  en  $P(-1) = 0,959$   
 $\Rightarrow E = 0,001 \cdot 99 + 0,005 \cdot 49 + 0,010 \cdot 24 + 0,025 \cdot 9 + 0,959 \cdot (-1) = -0,15 \Rightarrow$   
 De winstverwachting per spel is een verlies van  $15$  dollarcent.
- b.  $E(\text{winkelier}) = 500 \cdot 0,15 = 75 \Rightarrow$  De winkelier mag dagelijks een winst van  $75$  dollar verwachten.

82.

- a.  $P(\text{getal klopt}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{5040}$
- b. Kansverdeling:  $P(\text{getal klopt}) = \frac{1}{5040}$  en  $P(\text{getal klopt niet}) = \frac{5039}{5040}$   
 $\Rightarrow E(\text{uitbetaling}) = \frac{1}{5040} \cdot 10000 + \frac{5039}{5040} \cdot 0 \approx 1,98 \Rightarrow$   
 De winstverwachting van 1 formulier is een verlies van  $2,5 - 1,98 = 52$  dollarcent.
- c. De vaste kosten per week zijn  $7500$  dollar.  
 $E(\text{week}) = 20000 \cdot 0,52 - 7500 = 2900$  dollar winst.

83.

a.  $P(1 \text{ keer } 5) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$

$$b. \quad P(2 \text{ dollar}) = P(2 \text{ keer een } 5) = \binom{3}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{15}{216}$$

$$c. \quad P(0 \text{ dollar}) = P(\text{geen } 5) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

$$d. \quad P(3 \text{ keer een } 5) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

In de vragen a,b,c staan de andere kansen.

$$\Rightarrow E(\text{uitbetaling}) = \frac{1}{216} \cdot 3 + \frac{15}{216} \cdot 2 + \frac{75}{216} \cdot 1 + \frac{125}{216} \cdot 0 = \frac{108}{216} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$E(W) = 500 \cdot (1 - 0,5) = 250 \text{ dollar.}$$

84. 4 ogen dan 100 euro ; 5 of 6 dan 20 euro en 16 , 17 of 18 dan 30 euro.

$$a. \quad P(\text{uitbetaling } 20 \text{ euro}) = P(5 \text{ of } 6)$$

Aantal mogelijkheden met 5 ogen zijn : 113 keer 3; 122 keer 3

Aantal mogelijkheden met 6 ogen zijn: 114 keer 3 ; 123 keer 6 en 222

$$\Rightarrow \text{Het totale aantal is dus } 16 \Rightarrow P(5 \vee 6) = \frac{16}{216}$$

$$b. \quad P(\text{geen } 20 \text{ euro}) = \left(\frac{200}{216}\right)^5 \approx 0,681$$

$$c. \quad P(\text{bij } 6^e \text{ keer } 20) = \left(\frac{16}{216}\right)^5 \cdot \frac{200}{216} \approx 0,050$$

$$d. \quad 100 \Rightarrow 4 \text{ ogen} \Rightarrow 112 ; 121 ; 211 \text{ 3 mogelijkheden}$$

20 al gedaan

30 dan dus 16 , 17 of 18 ogen  $\Rightarrow$

16 ogen  $\Rightarrow$  664 ; 646 ; 466 ; 655 ; 565 ; 556 ;

17 ogen  $\Rightarrow$  665 ; 656 ; 566

18 ogen  $\Rightarrow$  666

$$P(100) = \frac{3}{216} ; P(20) = \frac{16}{216} ; P(30) = \frac{10}{216} \text{ en } P(0) = \frac{187}{216}$$

Bij een prijs van 100 heeft de organisator dus 95 euro verlies en bij een prijs van 30 euro is het verlies dus 25 euro en bij een prijs van 20 euro is het verlies 15 euro.

$$\Rightarrow E(W) = -95 \cdot \frac{3}{216} - 25 \cdot \frac{10}{216} - 15 \cdot \frac{16}{216} + 5 \cdot \frac{187}{216} = \frac{160}{216} \Rightarrow$$

$$\text{De organisator verwacht een winst van } 800 \cdot \frac{160}{216} \approx 592,59 \text{ euro.}$$

85.  $P(\text{slecht weer}) = 0,4$  ; prijs van 20 euro per weekend en 6,50 euro terug bij slecht weer.

a.  $P(13 \text{ euro terug}) = P(2 \text{ dagen slecht weer en 1 dag goed}) = \binom{3}{2} \cdot 0,4^2 \cdot 0,6 = 0,288$

b. Eerst weer de kansverdeling berekenen.

$$P(\text{g g g}) = P(20 \text{ euro}) = 0,6^3 = 0,216$$

$$P(2 \text{ goed en 1 slecht}) = P(13,50) = \binom{3}{1} \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^2 = 0,432$$

$$P(1 \text{ goed en 2 slecht}) = P(7) = 0,288$$

$$P(3 \text{ dagen slecht}) = P(0,50) = 0,4^3 = 0,064 \Rightarrow$$

$$E(\text{eigenaar}) = 228 \cdot (0,216 \cdot 20 + 0,432 \cdot 13,50 + 0,288 \cdot 7 + 0,064 \cdot 0,50) = 2781,60 \text{ euro}$$

86.

a.  $P(Z = 4) = P(X + Y = 4) = \frac{3}{36}$  (een kwestie van tellen in het roosterdiagram)

b.

$z$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(Z = z)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(Z) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + \dots + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$

c.  $E(X) = E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5 \Rightarrow$   
 $E(X) + E(Y) = 3,5 + 3,5 = 7 = E(X + Y)$

87.

a.  $E(X) = 1 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,05 = 3$   
 $E(Y) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,3 = 3$

b. grootste spreiding in histogram van Y.

88.

a. Voer in:  $L_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  en  $L_2 = \{0,05; 0,15; 0,60; 0,15; 0,05\}$   
 Met de optie Var Stats  $L_1, L_2$  vinden we  $E(X) = 3$  en  $\sigma_x \approx 0,84$

b. Voer in:  $L_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  en  $L_2 = \{0,30; 0,15; 0,10; 0,15; 0,30\}$   
 Met de optie Var Stats  $L_1, L_2$  vinden we  $E(Y) = 3$  en  $\sigma_y \approx 1,64$

89.

$P(498) = 0,001$  ;  $P(198) = 0,002$  ;  $P(3) = 0,1$  en  $P(-2) = 0,897$   
 Voer in:  $L_1 = \{498, 198, 3, -2\}$  en  $L_2 = \{0,001 ; 0,002 ; 0,1 ; 0,897\}$   
 Met de optie Var Stats  $L_1, L_2$  vinden we  $E(X) = -0,60$  en  $\sigma_x \approx 18,18$

90.

- a.  $E(T) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46$  seconden
- b.  $\sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,6$  seconden

91.

$E(B) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260$  gram  
 $\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$  gram

92.

- a. De som van de waarden  $X + Y$  is steeds 7 . Er zijn dus geen afwijkingen  $\Rightarrow \sigma_{X+Y} = 0$
- b. Deze regel klopt nu niet omdat  $X$  en  $Y$  afhankelijk van elkaar zijn.